MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DES ŒUVRES UNIVERSITAIRES **(DGES)**

DIRECTION DE l'ORIENTATION ET DES EXAMENS **(DOREX)**

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

Concours GE2I session 2013

Composition : <u>Physique 4</u> (mécanique, optique)

Durée : 3 Heures

Les calculatrices sont autorisées.

N.B : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Le sujet comporte deux grandes parties : OPTIQUE et MECANIQUE.

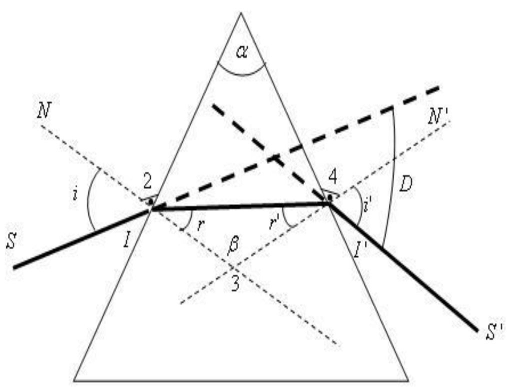
OPTIQUE

1. Considérons 2 milieux différents caractérisés par les indices n_1 et n_2, séparés par un dioptre plan.

1.1. Supposons $n_1<n_2$. Tracer rayons incidents et rayons réfractés si la lumière se déplace du milieu 1 vers le milieu 2. Y a-t-il toujours un rayon réfracté ?

1.2. Supposons $n_1>n_2$. Répondre aux mêmes questions.

2. Etude du spectroscope à prisme.



Le prisme utilisé est caractérisé par un indice n qui dépend de la longueur d'onde. Sa section est un triangle d'angle α Le prisme est placé dans l'air dont l'indice sera pris égal à *1*. Un rayon rencontre une face au point I sous l'angle d'incidence i et ressort par l'autre face au point I' sous l'angle i'.

On suppose d'abord la lumière monochromatique et l'indice du prisme égal à n.

2.1 Ecrire les lois de Descartes en I et I'.

2.2 Exprimer l'angle de déviation D, en fonction de i, i' et α.

2.3 Déterminer la valeur i_0 de i correspondant au minimum de déviation en fonction de n et α.

Calculer alors la déviation minimum D_{m}.

2.4 Montrer que $n = \dfrac{\sin\dfrac{\alpha+D_m}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}$

2.5 On éclaire le prisme avec une lampe à vapeur de mercure, pour laquelle on a mesuré D_m pour différentes longueurs d'onde et obtenu les valeurs de n correspondantes :

λ (µm)	0,4047	0,4358	0,4916	0,5461	0,5770
n	1,803	1,791	1,774	1,762	1,757
$1/\lambda^2$ (μm^{-2})	6,11	5,27	4,14	3,35	3,00

Traitement statistique : régression linéaire.

a) Réaliser la régression linéaire sur sa calculatrice.

Donner les résultats suivants :

- L'équation de la droite de régression $n = \frac{A}{\lambda^2} + B$
- Le carré du coefficient de corrélation R^2

b) Pour une lampe à vapeur de cadmium, on mesure un indice égal à $n = 1{,}777$. En déduire la longueur d'onde.

PROBLEME DE MECANIQUE

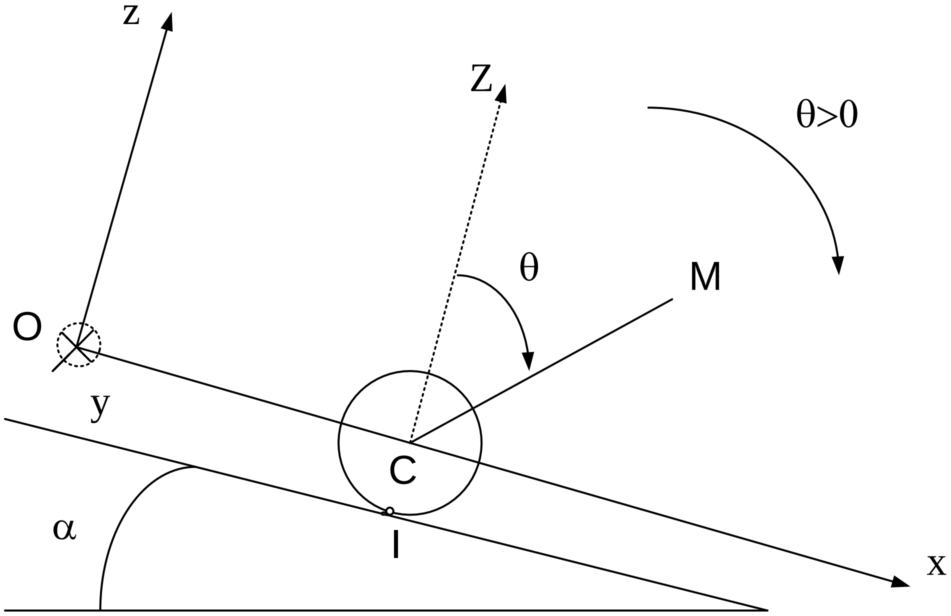
Le problème de Mécanique comporte deux parties A et B totalement indépendantes

Partie A : Soit donné un plan incliné π faisant un angle α avec le plan horizontal. On utilisera le référentiel $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, où $(O; \vec{u}_x)$ est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan π , $(O; \vec{u}_z)$ est perpendiculaire à π et $(O; \vec{u}_y)$ forme avec les deux axes précédents un trièdre trirectangle direct. On notera (R_0) ce référentiel. Soit (S) une sphère creuse homogène, pesante, de masse m, de rayon R , de centre C, en contact avec le plan π . On désigne par :

– x l'abscisse du point C,

– $\theta = ((C,\vec{u}_Z),\overrightarrow{CM})$ où $\overrightarrow{CM}$ est un rayon vecteur de la sphère contenu dans le plan $(O;\vec{u}_x,\vec{u}_z)$ et $(C;\vec{u}_Z)$ est parallèle et de même sens que $(O;\vec{u}_z)$,

– I le point de contact du plan avec la sphère.



Figure

La sphère reste en contact avec le plan π et le mouvement de C a lieu dans le plan $(O;\vec{u}_x,\vec{u}_z)$. Le plan incliné est fixe et (R_0) est rigidement lié à ce plan.

1) Première phase du mouvement : (S) est déposée sans vitesse initiale sur le plan π. A l'instant initial, C est en O. Le contact a lieu sans frottement. On donne l'expression du moment d'inertie $J = \frac{2}{3}mR^2$ de (S) par rapport à l'un quelconque de ses diamètres.

Ecrire les équations différentielles du mouvement. Quelle est la nature du mouvement dans cette phase ?

2) Deuxième phase du mouvement : à l'instant t_0, la sphère arrive dans une zone où le coefficient de frottement de glissement avec π ne peut plus être négligé. On désignera par :

– f le coefficient de frottement de glissement entre le plan et la sphère,

– $\vec{F} = T\,\vec{u}_x + N\,\vec{u}_z$ la réaction du plan π sur S.

On prendra comme nouvelle origine des temps l'instant t_0. On notera t' les instants comptés à partir de cette nouvelle origine.

1) Etablir l'expression de $\vec{v}(I,S/(\mathcal{R}_0))$ en fonction de $\dot{\theta}$ et $\dot{x}$. Donner le signe de T à l'instant $t'= 0$, ainsi que la relation qui lie T et N tout au long de cette seconde phase.

2) Ecrire le théorème de la résultante cinétique et le théorème du moment cinétique. En déduire les valeurs de l'accélération du point C et de l'accélération angulaire de S.

3) Quelle est la vitesse de $I \in S$ à l'instant t' ? A quelle condition (portant sur f et α) le glissement ne s'arrêtera-t-il jamais ?

4) On suppose que cette condition n'est pas satisfaite. A quel instant t'_1 le glissement cessera t-il ?

5) Entre les instants $t' = 0$ et $t' = t'_1$, quel est le travail des forces de contact ? Montrer qu'on peut l'évaluer de deux manières différentes. On désignera par x_1 la distance parcourue par le point C pendant la seconde phase.

Partie B : Un corps de masse m glisse sur une table horizontale. Il est attaché par un ressort de raideur k à un point fixe situé à sa hauteur. On suppose que le ressort et le mouvement du corps restent parallèles à une direction fixe.

1) On suppose d'abord qu'il n'y a pas de frottement.

1.a) Ecrire l'équation différentielle du second ordre régissant l'allongement x du ressort fonction du temps t.

1.b) Exprimer, en le démontrant, l'énergie potentielle du corps.

1.c) Retrouver l'équation de 1.a) en utilisant l'outil énergétique.

1.d) On pose $\omega = \sqrt{k/m}$. A l'instant 0, l'allongement est x_0 et la vitesse v_0. Exprimer $x(t)$.

1.e) Exprimer en fonction de l'énergie totale E les valeurs moyennes au cours du temps des énergies cinétique et potentielle.

2) On suppose à présent qu'il y a frottement sur la table ; ce frottement obéit à la loi de Coulomb du frottement solide : l'action de contact entre deux corps a deux composantes N normale à la surface de contact et T tangente à la surface de contact. On pose $\omega = \sqrt{k/m}$ et

$\alpha = fmg/k$ où f est le coefficient de frottement du corps et de la table et g la pesanteur et on utilisera ces notations pour alléger les expressions demandées.

2.a) Quelle est la dimension de α ?

2.b) Montrer que lorsque le corps a une vitesse nulle, il est en équilibre ou non selon que $|x|$ est inférieur ou supérieur à α.

2.c) On lâche le corps sans vitesse initiale alors que l'allongement est $x_0 > \alpha$. Ecrire l'équation différentielle du mouvement jusqu'au premier arrêt.

2.d) Exprimer $x(t)$ jusqu'à cet arrêt.

2.e) Quelle est la durée de cette phase du mouvement ?

2.f) Quel est l'allongement x_1 à cet arrêt ?

2.g) A quelle condition y a-t-il arrêt définitif en x_1 ?

3) On suppose cette condition non vérifiée. Le mobile repart, puis s'arrête à nouveau à l'abscisse x_2. Il peut y rester ou en repartir. On considère la suite (x_0, x_1, ... ,x_N) des valeurs de l'allongement du ressort à chaque arrêt, x_N étant le dernier, pour lequel le mobile s'immobilise, ainsi que la suite $u_i = (-1)^i x_i$.

3.a) Que pensez-vous, sans démonstration, des signes des termes de l'une de ces deux suites autres que le dernier terme ? et du signe du dernier terme de la suite ?

3.b) Trouver une relation de récurrence déterminant la suite x_i ou la suite u_i, Cette relation est-elle vérifiée par le dernier terme de la suite ? On peut reprendre le raisonnement de la partie 2), mais la solution la plus simple utilise le théorème de l'énergie cinétique.

3.c) En déduire N en fonction de la partie entière d'une expression.

3.d) Dessiner schématiquement le graphique de $x(t)$ si $x_0 = 4{,}5.\alpha$.

4) On veut réaliser les portraits de phase de cet oscillateur.

4.a) Suivant les différentes phases du mouvement : Immobilité, mouvement lorsque $\dot{x} > 0$ et mouvement lorsque $\dot{x} < 0$, trouver les équations des trajectoires de phase dans les plans de phase $\frac{\dot{x}}{\omega_0} = f(x)$ et préciser leur nature.

4.b) Dessiner les trajectoires de phase dans les plans de phase $\frac{\dot{x}}{\omega_0} = f(x)$.